

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ KRIGING ΚΑΙ ΟΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΣΤΗΝ ΚΛΙΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

ΝΑΣΤΟΣ Π.

Αριστοτέλους 1, 141 22 Ν. Ηράκλειο.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη μελέτη αυτή παρουσιάζονται και συγκρίνονται οι βασικές αρχές δύο μεθόδων παρεμβολής στο χώρο (spatial interpolation), καθώς επίσης και τα αποτελέσματα εφαρμογής τους πάνω σ' ένα πλέγμα σημείων, της μεθόδου Kriging και της μεθόδου Distance - Weighting. Οι δύο προαναφερθείσες μέθοδοι παρεμβολής δημιουργούν ένα πλέγμα δεδομένων από ένα αρχικό σετ δεδομένων με τελικό σκοπό την χάραξη ισοπληθών πάνω από την εξεταζόμενη περιοχή. Τα αποτελέσματα της μεθόδου Kriging υπερτερούν των αντιστοίχων της μεθόδου Distance - Weighting εφόσον οι ισοπληθείς που σχεδιάζονται με την πρώτη μέθοδο περνούν από τα σημεία του αρχικού σετ δεδομένων και οι υπολογιζόμενες τιμές έχουν ελάχιστη διασπορά. Η τεχνική της μεθόδου Kriging δεν είναι μόνο ένας αλγόριθμος που δημιουργεί ένα πλέγμα σημείων, αλλά είναι ένας κλάδος μιας γενικότερης στατιστικής θεωρίας που μελετά όχι μόνο τον αυτόματο σχεδιασμό ισοπληθών αλλά και άλλα προβλήματα που σχετίζονται με τις χωρικές ιδιότητες φυσικών φαινομένων (OLEA A. RICARDO, 1974).

ABSTRACT

Two spatial interpolation methods, the Kriging method and the Weighting - Distance method are examined and applied on a hypothetical grid of points. Kriging is not simply an algorithm to generate a contour grid but is a branch of a general statistical theory, the Regionalized Variable Theory. It is important, for points that belongs to the set of samples, Kriging returns the original data values and so constitutes an exact interpolation method.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Το πρόβλημα της παρεμβολής στο χώρο, έχοντας δηλ. ένα αρχικό πλέγμα σημείων στο χώρο στα οποία έχουν συλλεχθεί δεδομένα, όπως θερμοκρασία, άνεμος, να υπολογίσουμε την συνάρτηση, που αντιπροσωπεύει την ολική επιφάνεια και να

Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Θεόφραστος - Τμήμα Γεωλογίας, Α.Π.Θ.

δώσουμε τιμές σε άλλα σημεία με τελικό στόχο την χάραξη ισοπληθών πάνω στην εξεταζόμενη επιφάνεια, είναι πολύ γνωστό σε επιστήμες όπως η Κλιματολογία (ισοβαρείς, ισόθερμες) και η Γεωγραφία (ισοϋψείς). Η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών βοήθησε πολύ το πρόβλημα της παρεμβολής στο χώρο, ιδιαίτερα στην επίπληση επίλυση εξισώσεων και στη δημιουργία πολύ πυκνού πλέγματος σημείων, ώστε η χάραξη των ισοπληθών να είναι ακριβής και κατά το δυνατόν να ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

Δυο μέθοδοι παρεμβολής παρουσιάζονται, η μέθοδος Distance - Weighting και η μέθοδος Kriging, που και οι δύο αναφέρονται σε δεδομένα που έχουν συλλεχθεί σε σημεία, όπως είναι π.χ. οι παρατηρήσεις πίεσης, θερμοκρασίας, που πραγματοποιούνται σ' ένα μετεωρολογικό σταθμό.

1) Η αρχή στην οποία στηρίζεται η μέθοδος Distance - Weighting είναι η ακόλουθη: Στον υπολογισμό μιας νέας τιμής σ' ένα σημείο, τα γειτονικά σημεία έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα από εκείνη των πιο απομακρυσμένων. Η συνήθης έκφραση είναι:

$$F(x, y) = \left[\sum_{i=1}^N w(d_i) z_i \right] / \left[\sum_{i=1}^N w(d_i) \right]$$

όπου $w(d)$ είναι η συνάρτηση βάρους, z_i είναι η τιμή του μετρούμενου μεγέθους στο σημείο i και d_i είναι η απόσταση από το σημείο i (x, y). Όταν η συνάρτηση βάρους είναι $w=d^{-1}$ ($w(0) = \infty$) η μέθοδος βάρους δίνει την ακριβή τιμή των αρχικών σημείων του δείγματος. Από την άλλη πλευρά για αρνητικές εκθετικές συναρτήσεις βάρους η μέθοδος προσεγγίζει τις πραγματικές τιμές στις αρχικές θέσεις των σημείων. Όπως είναι φανερό η επίδραση των δεδομένων στα σημεία του πλέγματος ελαττώνεται με την απόσταση από το σημείο που επιχειρείται να γίνει η εκτίμηση. Όσο μεγαλώνει η δύναμη, τόσο πιο γρήγορα ελαττώνεται η επίδραση των απομακρυσμένων σημείων από το υπό εκτίμηση σημείο. Οι τιμές που προκύπτουν με την παρεμβολή σε κάθε σημείο περιορίζονται από την συνθήκη $\min(z_i) \leq F(x, y) \leq \max(z_i)$ εφόσον $w(d_i) > 0$ (Nina Siu - Ngam Lam, 1983).

Μ' άλλα λόγια αποιδήστε συνάρτηση βάρους και να χρησιμοποιηθεί, η μέθοδος στην ουσία είναι μία διεργασία εξομάλυνσης. Η παραπάνω μέθοδος χαρακτηρίζεται από τον απλοποιημένο τύπο υπολογισμού, την ταχύτητα υπολογισμού και την ευκολία προγραμματισμού σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Υπάρχουν όμως και μειονεκτήματα που χαρακτηρίζουν την προαναφερθείσα μέθοδο όπως είναι η ασάφεια που εισάγεται με την εκλογή της συνάρτησης βάρους, ειδικότερα όταν δεν είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά της υπό εξέταση επιφάνειας. Επίσης η μέθοδος επηρεάζεται εύκολα από ανώμαλες κατανομές των δεδομένων των σημείων αφού ίσο βάρος αποδίδεται σε κάθε ένα από τα σημεία ακόμη και αν το σημείο ανήκει σε ένα σύμπλεγμα. Αυτό το πρόβλημα έχει αναγνωρισθεί από καιρό (DELFINER and DELHOMME, 1975) και έχει αντιμετωπισθεί είτε παίρνοντας τον μέσο όρο των σημείων είτε επιλέγοντας ένα μόνο σημείο να αντιπροσωπεύει το σύμπλεγμα (SAMPSON, 1978).

II) Η μέθοδος Kriging είναι ίσως η καλύτερη μέθοδος παρεμβολής. Ο όρος προέρχεται από το όνομα D. G. Krige, που εισήγαγε την χρήση των κινούμενων μέσων (moving average). Ο Matheron (1971), έχει γενικεύσει την θεωρία στην περίπτωση μη στατικών σημείων και η μέθοδος τελικά ονομάστηκε Universal Kriging. Αποτελεί ένα σπουδαίο εργαλείο στο χώρο των Γεωεπιστημών για τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Η μέθοδος αυτή θεωρεί την επιφάνεια στην οποία θα γίνει η παρεμβολή σαν τοπική μεταβλητή, που έχει ένα συγκεκριμένο βαθμό συνέχειας. Με τον όρο τοπική μεταβλητή χαρακτηρίζεται οποιαδήποτε συνάρτηση με μία ορισμένη χωρική κατανομή, η οποία μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο με φανερή συνέχεια, της οποίας οι μεταβολές δεν μπορούν να παρασταθούν από καμμία άλλη συνάρτηση (MATHERON, 1971).

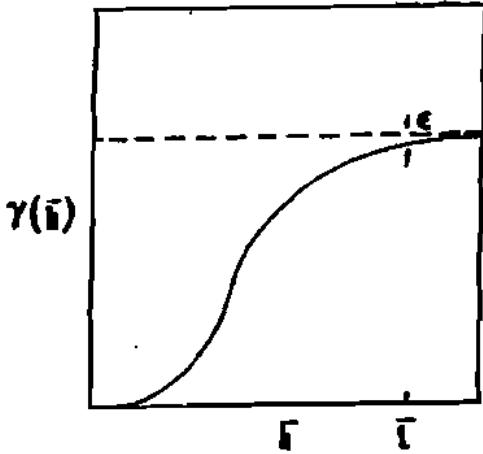
Σε ορισμένες περιπτώσεις μία τοπική μεταβλητή μπορεί να έχει ένα ελάχιστο βαθμό συνέχειας έτσι ώστε ανεξάρτητα του πόσο κοντά είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων, οι τιμές τους είναι απλά ανεξάρτητες η μία από την άλλη. Οι τοπικές μεταβλητές μπορούν να έχουν ένα συγκεκριμένο βαθμό ανισοτροπίας, δηλ. η ζώνη επίδρασης ενός δείγματος να μην έχει την ίδια έκταση σ' όλες τις διευθύνσεις. Επίσης πρέπει να υπάρχει και η δομή της αυτοσυσχέτισης στο χώρο, δηλ. η εξάρτηση μεταξύ των τιμών των σημείων, που ελαττώνεται με την απόστασή τους. Αυτά τα χαρακτηριστικά των τοπικών μεταβλητών εκφράζονται ποσοτικά από την διασπορά και την συνδιασπορά του δείγματος με την βοήθεια των οποίων γίνεται η εκτίμηση των τιμών των αγνώστων σημείων του πλέγματος. Δύο μέθοδοι έχουν εφαρμοστεί η απλή Kriging και η Universal Kriging. Στην απλή Kriging διακρίνονται δύο διαφορετικές υποθέσεις για τον υπολογισμό του πλέγματος. Σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση, υπολογίζεται η συνάρτηση της συνδιασποράς, που εκφράζει την σχέση μεταξύ της συνδιασποράς των σημείων του δείγματος και της απόστασής τους. Το διάγραμμα της συνάρτησης συνδιασποράς (covariogram), παρουσιάζει φθίνουσα συμπεριφορά με την απόσταση, όμως σε πραγματικές εφαρμογές τα διαγράμματα που προκύπτουν διαφέρουν απ' αυτή την θεωρητική συμπεριφορά.

Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στην σταθερή υπόθεση ότι όλα τα σημεία του δείγματος έχουν ληφθεί τυχαία και ανεξάρτητα από μία απλή κατανομή πιθανότητας. Ομως φυσικά φαινόμενα με τα παραπάνω στατικά χαρακτηριστικά σπάνια υπάρχουν, γι' αυτό η παρεμβολή βασίζεται σε μία άλλη υπόθεση, σύμφωνα με την οποία μόνο οι αυξήσεις της συνάρτησης και όχι η ίδια η συνάρτηση απαιτείται να είναι σταθερές.

Εκτός από το διάγραμμα της συνάρτησης συνδιασποράς χρησιμοποιείται και το διάγραμμα της διασποράς (variogram), που εκφράζει την σχέση μεταξύ της διαφοράς των μέσων τετραγώνων μεταξύ των τιμών του δείγματος και της μεταξύ τους απόστασης. Μαθηματικά η συνάρτηση της διασποράς (2γ) ή της ημιδιασποράς (γ), ορίζεται (Nina Siu - Ngan Lam, 1983), ως εξής:

$$\gamma = 1/2 N \sum_{i=1}^N [z(x_i + d) - z(x_i)]^2$$

όπου d είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων. Αυτή η συνάρτηση αναμένεται να αυξάνει με την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του δείγματος, παίρνοντας τιμή κοντά στο μηδέν για μικρές αποστάσεις και παίρνει σταθερή τιμή για αποστάσεις μεγαλύτερες από την ζώνη επίδρασης. Το διάγραμμα της ημιδιασποράς έχει όλες τις δομικές πληροφορίες που χρειάζονται για μία τοπική μεταβλητή: το μέγεθος της ζώνης επίδρασης γύρω από το δείγμα, την ιστροπική φύση της μεταβλητής και την συνέχεια της μεταβλητής στο χώρο.



Σχήμα 1. Διάγραμμα της ημιδιασποράς γ με την απόσταση κατά μήκος του διανύσματος h . Το L είναι το όριο της απόστασης πέρα από το οποίο η διαφορά ϵ μεταξύ της ημιδιασποράς και διασποράς (στικτή γραμμή) θεωρείται αμελητέα.

Μαθηματικά, η ζώνη επίδρασης είναι μία n -διάστατη σφαίρα της οποίας η ακτίνα είναι η πιο μικρή απόσταση L , τέτοια ώστε $\text{var}[z(x) - \gamma(L)] \leq \epsilon$, όπου ϵ είναι ένας οποιοσδήποτε μικρός αριθμός (σχήμα 1). Η παράμετρος L καλείται βεληνεκές της συνάρτησης της ημιδιασποράς, πέρα από την οποία η διαφορά ϵ μεταξύ της ημιδιασποράς και της διασποράς (στικτή γραμμή στο σχήμα 1), θεωρείται αμελητέα. Όλα τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις από το υπό υπολογισμό σημείο είναι μικρότερες ή ίσες του

L , παρέχουν πληροφορίες για το σημείο. Τα σημεία έξω από την γειτονιά που ορίζεται από το L είναι ανεξάρτητες ως προς το σημείο παρατηρήσεις (OLEA A. RICARDO, 1974). Το πραγματικό διάγραμμα της διασποράς διαφέρει σημαντικά από το θεωρητικό μοντέλο.

Στη Universal Kriging γίνεται η υπόθεση, ότι οι αυξήσεις της τοπικής μεταβλητής έχουν κάποιες ιδιότητες στατικότητας μόνο μέσα στην οριζόμενη γειτονιά σημείων και ότι η τάση μεταβολής στην περιοχή της γειτονιάς μπορεί να περιγραφεί με μία πολυωνυμική συνάρτηση.

Επίσης γίνεται η υπόθεση ότι τα υπόλοιπα $Y(x) = Z(x) - m(x)$, όπου $m(x)$ είναι η προσδοκώμενη τιμή της τοπικής μεταβλητής στη θέση x , της τοπικής μεταβλητής έχουν σταθερό variogram μέσα στην περιοχή της γειτονιάς. Οι υπολογισμοί των αγνώστων σημείων γίνονται με γραμμικό συνδυασμό των τιμών του δείγματος:

$$z^* = \sum_i \lambda_i z(x_i)$$

όπου λ_i είναι οι τιμές βάρους που υπολογίζονται κάτω από τις ακόλουθες δύο συνθήκες:

$$E(z^* - z) = 0, \text{ var}(z^* - z) = \min$$

Η πρώτη είναι η γενική συνθήκη που υποδηλώνει ότι η διαφορά z^*-z είναι αμερόληπτη και η δεύτερη συνθήκη δηλώνει ότι το l_i πρέπει να έχει τέτοιες τιμές έτσι ώστε η υπολογιζόμενη μεταβλητότητα της διαφοράς z^*-z να είναι ελάχιστη.

Η διασπορά που υπολογίζεται για ένα άγνωστο σημείο είναι το σφάλμα της Kriging. Σημαντικό είναι το γεγονός, ότι για σημεία που ανήκουν στο αρχικό σετ του δείγματος, η Kriging επιστρέφει τις πραγματικές τιμές των σημείων με αποτέλεσμα να χαρακτηρίζεται σαν η πλέον ακριβής μέθοδος παρεμβολής. Γενικά η απλή Kriging έχει πολλές περιοριστικές υποθέσεις αλλά λιγότερο προβλήματα υπολογισμού ενώ οι υποθέσεις της Universal Kriging είναι περισσότερο γενικές αλλά υπάρχουν πολλές υπολογιστικές δυσκολίες.

Η Universal Kriging χρησιμοποιεί ένα διαφορετικό σετ εξισώσεων για τον υπολογισμό κάθε σημείου, σε διαφορετικές γειτονίες. Το διάγραμμα της συνάρτησης της διασποράς (variogram), αντιπροσωπεύει τα υπόλοιπα $Y(x) = z(x) - m(x)$, αντί των παρατηρούμενων τιμών, πράγμα που απαιτεί να έχουν υπολογιστεί πρώτα οι τοπικές πορείες μεταβολής. Αφού οι πραγματικές πορείες μεταβολής (drift), δεν είναι γνωστές, πρέπει να υπολογιστούν από τις τιμές των σημείων του δείγματος. Το variogram που υπολογίζεται απ' αυτές είναι επίσης μία εκτίμηση του πραγματικού variogram. Πόσο κοντά το variogram των υπολοίπων, που έχουν υπολογιστεί, πλησιάζει το πραγματικό αλλά άγνωστο variogram εξαρτάται από την συνάρτηση που επιλέχθηκε για να παριστάνει την πορεία μεταβολής, την συνάρτηση που αναπαριστά το variogram και το μέγεθος της γειτονιάς του υπολογιζόμενου σημείου. Αυτά τα τρία προβλήματα σχετίζονται στενά και κανένα δεν μπορεί να καθοριστεί ανεξάρτητα από τα άλλα.

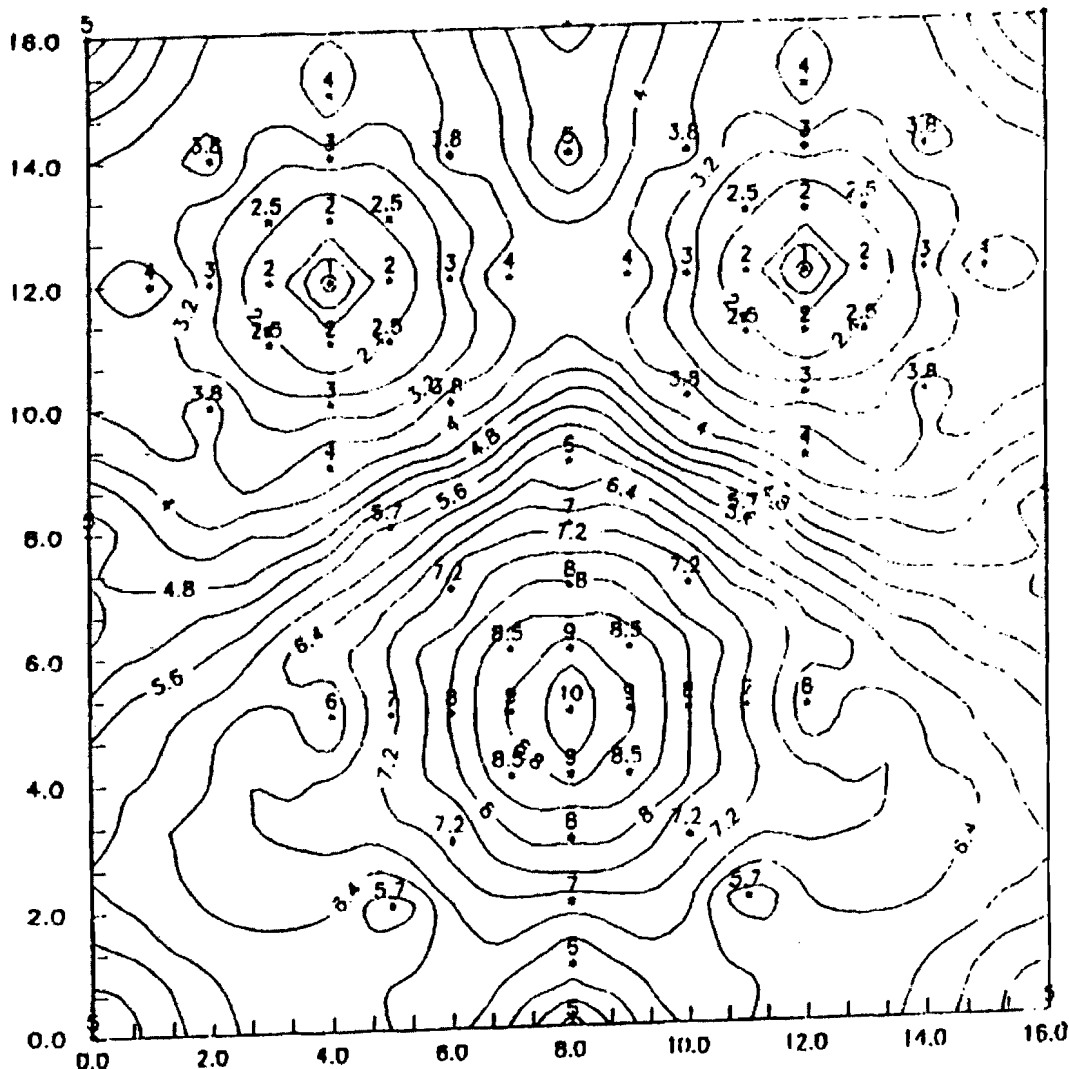
Η συνήθης πορεία είναι ότι πρώτα θεωρούμε μία απλή σχέση για το variogram των υπολοίπων και έπειτα διαλέγουμε το μέγεθος της γειτονιάς. Στη συνέχεια υπολογίζεται η πορεία μεταβολής μέσα στην γειτονιά και το πειραματικό variogram των υπολοίπων. Μετά συγκρίνονται τα δύο variogram. Υπάρχουν αρκετοί συνδυασμοί πορείας μεταβολής και variogram που μπορεί να είναι εξίσου ικανοποιητικοί.

Μεταξύ άλλων προβλημάτων σχετικά με την Universal Kriging είναι η επιλογή του ιδανικού μεγέθους της γειτονιάς. Αν η γειτονιά είναι μεγάλη τότε η πορεία μεταβολής είναι κανονική και έχει μικρές κυμάνσεις ενώ το variogram που προκύπτει είναι περισσότερο σύνθετο και αντίστροφο. Αν η μεταβολή των τιμών των σημείων, από μία γειτονιά σε μία άλλη, είναι απότομη, μπορεί να εμφανιστούν ασυνέχειες ακόμη κι αν το πραγματικό φαινόμενο είναι συνεχές. Τέλος η αξιοπιστία της μεθόδου βασίζεται στο μεγάλο αριθμό τιμών του δείγματος.

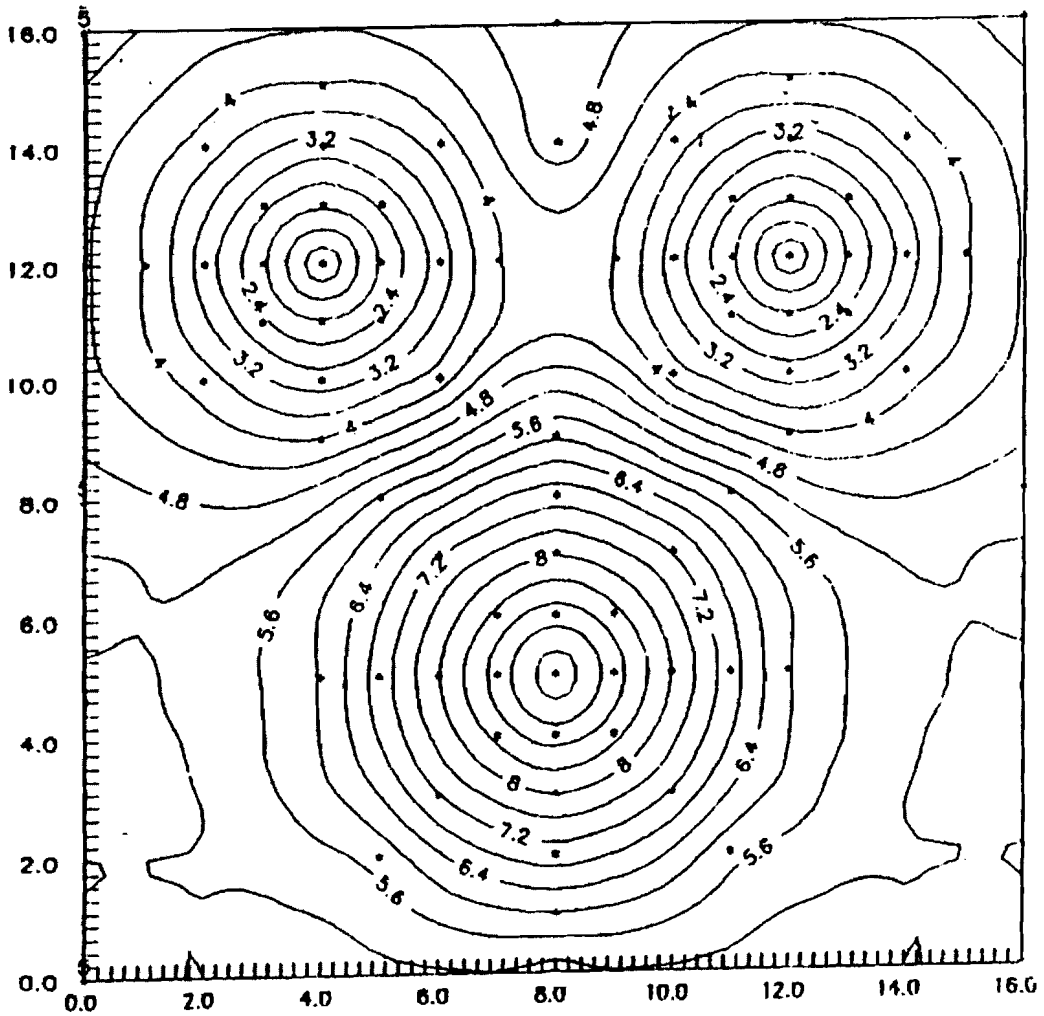
Από μόνο του το μοντέλο της Kriging αποτελεί μία βελτίωση σε σχέση με άλλες μεθόδους παρεμβολής, ειδικότερο πολυκωνυμικής παρεμβολής, αφού ο βαθμός έχει ληφθεί υπόψη. Η μέθοδος βασίζεται στα δομικά χαρακτηριστικά των δειγμάτων που συνοψίζονται στη συνάρτηση διασποράς με αποτέλεσμα τον καλύτερο υπολογισμό και τέλος παρέχει υπολογισμό του σφάλματος και διαστήματα εμπιστοσύνης για κάθε ένα από τα άγνωστα σημεία, πράγμα που δεν δίνεται από άλλες μεθόδους παρεμβολής.

2. Τα δύο σελ των σημείων έχουν τιμές που αυξάνουν προς την περιφέρεια δίνοντας την εικόνα δύο βαρομετρικών χαμηλών ενώ το τρίτο σελ περιλαμβάνει σημεία με τιμές που αυξάνουν προς το κέντρο της περιοχής (βαρομετρικό υψηλό). Αρχικά εφαρμόζεται η μέθοδος Weighting Distance με συνάρτηση βάρους $1/r^2$ (σχήμα 3) και στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος Kriging (σχήμα 4).

Είναι φανερό, όπως προκύπτει από τα δύο σχήματα ότι η μέθοδος Kriging επιστρέ-



Σχήμα 3. Ισοπληθείς καμπύλες που σχεδιάστηκαν με εφαρμογή της μεθόδου Weighting - Distance ($1/r^2$) πάνω στο υποθετικό πλέγμα σημείων.



Σχήμα 4. Ισοπληθείς καμπύλες που σχεδιάστηκαν με εφαρμογή της μεθόδου Kriging πάνω στο υποθετικό πλέγμα σημείων.

φει στα αρχικά σημεία του πλέγματος την αρχική τους τιμή με αποτέλεσμα οι αντίστοιχες ισοπληθείς να περνούν από τα αρχικά σημεία του πλέγματος. Η δεύτερη μέθοδος με συνάρτηση βάρους $1/r^2$, δίνει λιγότερο ικανοποιητικά αποτελέσματα αφού δημιουργούνται αδικαιολόγητες κλειστές καμπύλες, ακριβώς λόγω του ότι η επίδραση των πιο απομακρυσμένων σημείων από το υπό παρεμβολή σημείο είναι μικρή με αποτέλεσμα τα πολύ γειτονικά σημεία να προκαλούν αυτή την αυξημένη καμπυλότητα.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

1) Από την εφαρμογή των μεθόδων Kriging και Distance - Weighting πάνω σε πλέγμα σημείων, η πρώτη είναι η πλέον αξιόπιστη για την χάραξη ισοπληθών πάνω σε μία δεδομένη επιφάνεια.

2) Η μέθοδος Kriging δεν είναι απλώς ένας αλγόριθμος αλλά αποτελεί κλάδο μιας σημαντικής θεωρίας, αυτής των τοπικών μεταβλητών (Theory of regionalized variables).

3) Το διάγραμμα της ημιδιασποράς, (πυρήνας της μεθόδου Kriging), παρέχει πληροφορίες για το μέγεθος της ζώνης επίδρασης γύρω από το δείγμα, την ιστροπική φύση και την συνέχεια της επιφάνειας στην οποία επιχειρείται η παρεμβολή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Delfiner P., and Delhomme J.P., 1975, Optimum interpolation by Kriging, Display and analysis of spatial data, ed., J.C. Davis and M.J. McCullagh, pp. 97-114, Toronto:Wiley.
- Matheron G., 1971, The Theory of Regionalized variables and its application, Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau, vol. 5.221 pp.
- Nina Siu - Ngan Lam, 1983, Spatial Interpolation Methods: A Review, The American Cartographer, Vol. 10, No 2, pp. 129-137.
- Olea R.A., 1974, Optimal contour mapping using Universal Kriging, Journal of Geophysical Research, Vol. 79, No 5, pp. 695-702.
- Samson R.J., 1978, Surface II graphics system, Lawrence: Kansas Geological Survey.