ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΙΣΟΫΨΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ Χ.,* ΓΚΟΥΡΝΕΛΛΟΣ Θ.**

* Τμήμα Μηχ. Η/Υ και Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πατρών, 265 00 Πάτρα

** Τομέας Γεωγραφίας-Κλιματολογίας, Πανεπιστήμιο Αθηνών,
Πανεπιστημιόπολις, 157 84 Αθήνα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ενα σημαντικό πρόβλημα που παρουσιάζεται στις Γεωλογικές Επιστήμες είναι αυτό της χάραξης των ισοϋψών γραμμών. Ενώ οι πρώτοι χάρτες ισοϋψών κατασκευάζονταν με το χέρι, οι σύγχρονες μέθοδοι ισοϋψών βασίζονται στη χρήση υπολογιστικών συστημάτων.

Κοινή βάση σε όλες τις μεθόδους σχεδίασης ισοϋψών είναι η αντιμετώπιση του προβλήματος του προσδιορισμού των πλησιέστερων γειτόνων. Οι μέθοδοι δικτυοποίησης είναι ως γνωστόν ευρέως διαδεδομένες σε πολλές εφαρμογές λογισμικού στις περιοχές της Χαρτογραφίας και Γεωγραφίας και επιλύουν το πρόβλημα σε μικρό υπολογιστικό χρόνο, χαρακτηρίζονται όμως από απώλεια πληροφορίας. Από την άλλη πλευρά οι μέθοδοι που βασίζονται στην τριγωνοποίηση Delaunay, και μπορούν να υλοποιηθούν σε αποδοτικό υπολογιστικό χρόνο.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε και υλοποιούμε μια μέθοδο για την χάραξη ισοϋψών βασισμένη στη τριγωνοποίηση Delaunay. Σαν δεδομένα εισόδου έχουμε ένα σύνολο από τοπογραφικά σημεία του τρισδιάστατου χώρου, και αποσκοπούμε στο να παράγουμε ένα δισδιάστατο χάρτη που να αναπαριστά τα υψόμετρα. Η διεργασία της χάραξης των ισοϋψών πραγματοποιείται σε διάφορα στάδια. Αρχικά ορίζουμε τα Voronoi πολύγωνα και τα αντίστοιχα τρίγωνα Delaunay. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε μια διαδικασία παρεμβολής στις πλευρές των τριγώνων Delaunay. Τέλος, για την λείανση των ισοϋψών χρησιμοποιούνται B-Splines συναρτήσεις.

ABSTRACT

An important problem appearing in Earth Sciences is that of tracing contour lines. The first contour maps was made by contour lines drawing by hand. Nowdays contouring programs draw such lines using computer systems.

A common base in all methods of tracing contour lines is the problem of finding nearest neighbors. Gridding methods that are widely used in several software application in chartography and geography, resolve this problem in efficient computing time, but are characterized by lose of information. By the other side, methods based on the Delaunay triangulation could face the nearest neighbor problem without loss of information and can be implemented in efficient time.

In this paper we present and implement a contour tracing method based on the Delaunay triangulation. As input data we have a set of topographic points in the 3-D space and we wish to generate a 2-D map representing altitudes. The process of contour tracing is performed in different steps. Firstly, we define the Voronoi polygons and the corresponding Delaunay triangles. Secondly, we use interpolation process through the sides of Delaunay triangles. Finally, B-splines functions are used for smoothing purposes.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να αντιμετωπίσει το πρόβλημα της αυτόματης χάραξης ισοϋψών καμπυλών για ένα σύνολο σημείων ελέγχου ομοιόμορφα κατανεμημένων στο τρισδιάστατο χώρο. Οι πιο συνηθισμένες αντιμετωπίσεις του θέματος χρησιμοποιούσαν την τεχνική της «δικτυοποίησης» (gridding), η οποία είναι ευκολότερη και ταχύτερη αλλά δεν επεξεργάζεται τα πραγματικά δεδομένα εισόδου. Στην παρούσα εργασία το πρόβλημα αντιμετωπίζεται χρησιμοποιώντας την τεχνική της «τριγωνοποίησης» (triangulation). Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται πάνω στο σύνολο των σημείων ελέγχου που αποτελούν τυχαία τοπογραφικά σημεία του τρισδιάστατου χώρου.

Η διεργασία της τριγωνοποίησης συνίσταται στην κατασκευή ενός δικτύου τριγώνων Delaunay [1] και βασίζεται στον ορισμό των τριγώνων αυτών. Η υλοποίηση οπωσδήποτε δεν είναι βέλτιστη αλλά παρ' όλα αυτά ο υπολογιστικός χρόνος είναι αρκετά ικανοποιητικός. Με τη βοήθεια των τριγώνων αυτών και με εφαρμογή της γραμμικής προσέγγισης στις πλευρές τους, προκύπτουν σύνολα από σημεία δειγματοληψίας που προσεγγίζουν τις ισοϋψείς καμπύλες. Από τις θέσεις αυτές προκύπτει ένα πλέγμα πολυγωνικών γραμμών που αποτελούν προσέγγιση των ζητούμενων ισοϋψών καμπυλών. Για την καλύτερη λείανση των καμπυλών επιχειρείται μια περαιτέρω επεξεργασία των προηγούμενων αποτελεσμάτων.

Τα σημεία δειγματοληψίας αποτελούν τα δεδομένα εισόδου για την διαδικασία σχεδίασης καμπυλών με B-Splines συναρτήσεις. Η διαδικασία αυτή έχει σαν έξοδο μια ισοϋψή καμπύλη.

2. ΣΤΑΔΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.

Η διαδικασία υπολογισμού και σχεδίασης των ισοϋψών καμπυλών που ακολουθούμε αποτελείται από τρία βασικά στάδια: τριγωνοποίηση, γραμμική προσέγγιση και σχεδίαση καμπυλών με B-Spline συναρτήσεις.

2.1. Τριγωνοποίηση.

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε ένα σύνολο S τρισδιάστατων σημείων. Σκοπός εδώ είναι η ένωση των αρχικών σημείων μεταξύ τους με ευθείες γραμμές ώστε να προκύψει ένα σύνολο τριγώνων (τριγωνικό δίκτυο Delaunay). Ως γνωστόν [2] τα δίκτυα αυτά είναι μοναδικά για ένα δοσμένο σύνολο σημείων. Σε μια περιοχή με διασκορπισμένα σημεία, μπορουμε να θεωρήσουμε ότι κάθε σημείο περιβάλλεται από ένα μη κανονικό πολύγωνο, έτσι ώστε κάθε εσωτερικό σημείο του πολυγώνου να είναι πλησιέστερο στο σημείο αυτό, απ' ό,τι σε οποιοδήποτε άλλο. Τα σύνολα των πολυγώνων που έχουν αυτές τις ιδιότητες ονομάζονται Thiessen, ή Voronoi πολύγωνα [3]. Αν ενώσουμε αυτά τα σημεία που περιβάλλονται από τα πολύγωνα Voronoi με ευθείες γραμμές, έχουμε σαν αποτέλεσμα ένα Delaunay τριγωνικό δίκτυο. Η διαδικασία της τριγωνοποίησης συνίσταται στον προσδιορισμό των γειτόνων διαδοχικών σημείων του χάρτη. Οι γείτονες αυτοί ονομάζονται thiessen γείτονες.

Η διαδικασία εύρεσης των thiessen γειτόνων περιγράφεται σύντομα ως εξής: [2]

Εστω ότι πρόκειται να βρεθούν οι γείτονες του σημείου Α. Αρχικά ισχυριζόμαστε ότι ένα κοντινό σημείο Β είναι ένας γείτονας του Α και κατασκευάζουμε τον κύκλο με διάμετρο την ευθεία ΑΒ. Αν δεν υπάρχουν καθόλου σημεία στο εσωτερικό του κύκλου, τότε πράγματι το Β είναι thiessen γείτονας του Α. Αν όμως βρεθεί κάποιο σημείο στο εσωτερικό του κύκλου, αυτό αντικαθιστά το σημείο Β. Η αναζήτηση του επόμενου γείτονα συνεχίζεται κατά την δεξιόστροφη φορά γύρω από το σημείο Α. Ο κύκλος διευρύνεται ώστε τα σημεία Α και Β να βρίσκονται στην περιφέρειά του. Το εσωτερικό του κύκλου ελέγχεται για να δούμε αν περικλείει κάποια σημεία. Αν βρεθεί σημείο, αυτός είναι ο δεύτερος thiessen γείτονας. Αν όμως βρεθούν περισσότερα από ένα σημεία, πρέπει να προσδιορισθεί ποιος είναι ο σωστός δεύτερος γείτονας. Αυτό γίνεται με τον υπολογισμό της γωνίας που σχηματίζουν τα σημεία Α, Β και το υποψήφιο σημείο. Ο σωστός thiessen γείτονας είναι εκείνος που θα σχηματίζει και την μεγαλύτερη γωνία. Οταν το σημείο Β ξαναβρίσκεται σαν ένας thiessen γείτονας, όλοι οι γείτονες του αρχικού μας σημείου Α έχουν προσδιορισθεί. Συνδέοντας αυτούς τους γείτονες, ένα τριγωνικό δίκτυο σχηματίζεται γύρω από το Α. Το τριγωνικό αυτό δίκτυο επεκτείνεται και καταλαμβάνει όλο και μεγαλύτερο μέρος του χάρτη, καθώς ένας από τους thiessen γείτονες που βρέθηκαν εκλέγεται τώρα σαν νέο σημείο Α, γύρω από το οποίο αρχίζει πάλι το ψάξιμο και η διαδικασί ααρχίζει εκ νέου. Η διεργασία της τριγωνοποίησης περατώνεται όταν συμπεριληφθούν όλα τα σημεία ελέγχου. Η τριγωνοποίηση λοιπόν παίρνει σαν είσοδο σημεία (ελέγχου) και παράγει σαν έξοδο ένα σύνολο τριγώνων. Τελειώνοντας την ανοφορά μας για το Delaunay τρίγωνα πρέπει να τονίσουμε ότι τα τρίγωνα που ορίζονται είναι όσο το δυνατόν περισσότερο ισόπλευρα ενώ οι μεγαλύτερες πλευρές των τριγώνων είναι όσο το δυνατόν πιο μικρές [2]. Αυτό έχει σημασία γιατί οι μεγαλύτερες αποστάσεις πάνω στις οποίες γίνεται παρεμβολή για να βρούμε τα επίπεδα των ισοϋψών, είναι μικρότερες απ' ό,τι σε άλλα τριγωνικά δίκτυα. Το αποτέλεσμα της τριγωνοποίησης είναι η είσοδος στην επόμενη φάση.

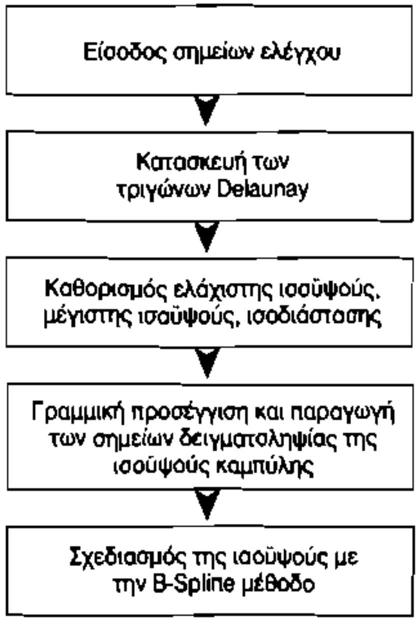
Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η διεργασία της τριγωνοποίησης απαιτεί το μεγολύτερο υπολογιστικό χρόνο συγκριτικά με τα υπόλοιπα στάδια. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου τριγωνοποίησης, είναι $O(n^2)$.

2.2. Γραμμική προσέγγιση.

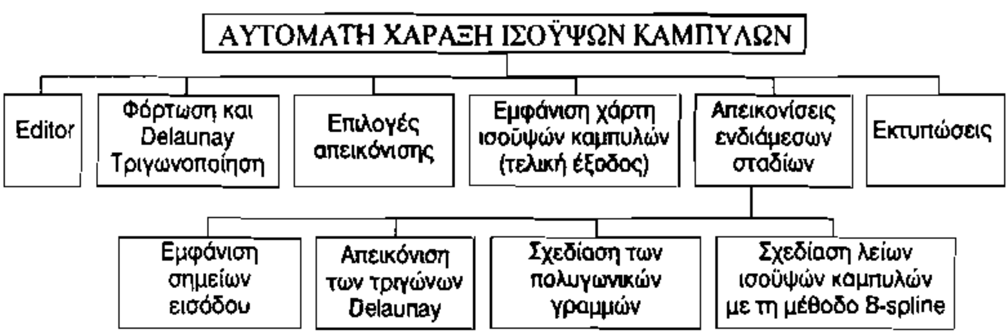
Η γραμμική προσέγγιση είναι μια απλή μέθοδος για την εύρεση ενός σημείου πάνω σε ένα ευθύγραμμο τμήμα όταν είναι γνωστά τα άκρα του τμήματος και μια συντεταγμένη του προς εύρεση σημείου. Στις πλευρές των τριγώνων Delaunay εφαρμόζεται η διαδικασία της γραμμικής προσέγγισης ώστε νο προκύψουν τα σημεία δειγματοληψίας της ισοϋψούς καμπύλης που ζητάμε. Ουσιαστικά στη φάση αυτή υπολογίζονται τα σημεία που προσεγγίζουν τις ισοϋψείς καμπύλες και η έξοδος της γραμμικής προσέγγισης συνίσταται σε ένα σύνολο ευθύγραμμων τμημάτων τα οποία ορίζουν ένα πλέγμα πολυγωνικών γραμμών. Η χάραξη των γραμμών αυτών αποτελεί μια πρώτη προσέγγιση των προς χάραξη ισοϋψών. Οπως η τριγωνοποίηση, έτσι και η γραμμική προσέγγιση, αλλά και η παρεμβολή με B-Splines (που περιγράφεται παρακάτω) μπορούν να θεωρηθούν σαν ανεξάρτητες διεργασίες με δικά τους δεδομένα εισόδου και τις δικές τους εξόδους.

2.3. Σχεδίαση λείων καμπυλών με τη μέθοδο B-Splines.

Η σχεδίαση των ισοϋψών καμπυλών επιτυγχάνεται βάσει της διεργασίας της



Σχήμα 3.1 Στάδια για τον υπολογισμό και τη σχεδίαση των ισοϋψών καμπυλών σε ένα τοπογραφικό χάρτη.



Σχήμα 3.2 Γενική δομή του προγράμματος υλοποίησης της αυτόματης χάραξης ισοϋψών

παρεμβολής. Οι διάφορες μέθοδοι παρεμβολής προσεγγίζουν το πρόβλημα του προσδιορισμού μιας καμπύλης που δεν έχει κάποιον απλό μαθηματικό ορισμό. Ενας προσεγγιστικός σχεδιασμός της καμπύλης γίνεται με το να έχουμε ένα σύνολο σημείων δειγμστοληψίας και στη συνέχεια να φανταστούμε πως θα μοιάζει αυτή η καμπύλη. Εχοντας πολλά σημεία και μια λεία καμπύλη, μπορούμε να κάνουμε ικανοποιητικές προβλέψεις για τα τμήματα που λείπουν. Γεμίζουμε τμήματα της άγνωστης καμπύλης με τμήματα γνωστών καμπυλών που διέρχονται από γειτονικά σημεία. Αφού λοιπόν γεμίσουμε ένα τμήμα της άγνωστης καμπύλης με μια γνωστή καμπύλη, μπορούμε να γεμίσουμε τα κενά μεταξύ των σημείων δειγματοληψίας, καθαρίζοντας τις συντεταγμένες των σημείων κατά μήκος της προσέγγισης της καμπύλης και συνδέοντας τα σημεία αυτά με ευθύγραμμα τμήματα. Βασικό σημείο του προβλήματος της παρεμβολής είναι ο καθορισμός του μοντέλου της καμπύλης που θα χρησιμοποιηθεί, δηλαδή ο προσδιορισμός της μαθηματικής έκφρασης μιας συνάρτησης που περνάει από τα σημεία δειγματαληψίας μιας καθορισμένης περιοχής. Στην εργασία αυτή, για την προσέγγιση των ισοϋψών καμπυλών χρησιμοποιήθηκαν πολυωνυμικές συναρτήσεις. Οι συναρτήσεις συχνά εκφράζονται με τη γενική μορφή $y=f(x)$, προτιμάται όμως η παραμετρική μορφή $x=fx(u)$, $y=fy(u)$ γιατί η διαφορά μεταξύ δύο και τριών διαστάσεων είναι απλώς η προσθήκη της τρίτης εξίσωσης για το z και επίσης γιατί η παραμετρική μορφή μεταχειρίζεται όμοια και τις τρεις διευθύνσεις και επιτρέπει στις καμπύλες να κάνουν μεταβολή, ή ακόμα και να τέμνονται. Ετσι η πολυωνυμική καμπύλη που περνά από κάποια σημεία δειγματοληψίας απεικονίζεται από μια συνάρτηση η οποία κατασκευάζεται σαν άθροισμα όρων, ένας όρος για κάθε σημείο που δειγματολημπτείται.

Το χρησιμοποιούμενο μαθηματικό μοντέλο παρεμβολής στην εργασία βασίζεται στις κυβικές B-Splines συναρτήσεις, οι οποίες είναι κατάλληλες για τις πιο πολλές εφαρμογές. Σύντομα αναφεράμενοι σε αυτές, μπορούμε να πούμε ότι κάνουν παρεμβολή σε 4 σημεία δειγματοληψίας. Με βάση τα σημεία αυτά και τις B-Splines συναρτήσεις κατασκευάζονται ικανοποιητικά «λείες» καμπύλες που προσεγγίζουν τις ισοϋψείς γραμμές. Το πλεονέκτημα της χρήσης του τύπου αυτού των συναρτήσεων είναι ότι μας παρέχεται η δυνατότητα να σχεδιάσουμε καμπύλες που δεν έχουν απλούς μαθηματικούς τύπους.

3. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ.

Το πρόγραμμα για την υλοποίηση της μεθόδου χάροξης ισοϋψών, γράφτηκε στη γλώσσα Turbo Pascal (ver. 6.0) και επαληθεύτηκε με διάφορα σύνολα σημείων δειγματοληψίας. Στο σχήμα 3.1 δίνονται τα διάφορα στάδια υπολογισμού και σχεδίασης των ισοϋψών καμπυλών σε ένα τοπογραφικό χάρτη, ενώ στο ιεραρχικό διάγραμμα του σχήματος 3.2 δίνεται η γενική δομή του προγράμματος υλοποίησης της αυτόματης χάραξης των ισοϋψών καμπυλών.

Στη συνέχεια δίνουμε συνοπτικά τις λειτουργίες των τμημάτων της υλοποίησης:

Editor:

Δημιουργεί ένα αρχείο που περιλαμβάνει σημεία ελέγχου. Το αρχείο που τελικά παράγεται περιέχει και επιπλέον πληροφορίες, όπως το πλήθος των σημείων ελέγχου και την μέγιστη ή ελάχιστη τιμή για κάθε συντεταγμένη.

Φάρτωση και Delaunay τριγωνοποίηση:

Φορτώνεται το αρχείο των σημείων εισόδου και πραγματοποιείται η τριγωνοποίηση. Επίσης πραγματοποιείέτια αυτομάτως ο υπολογισμός της μέγιστης-ελάχιστης ισοϋψούς καθώς και της ισοδιάστασης.

Επιλογές απεικόνισης:

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει βασικές παραμέτρους, όπως μέγιστη-ελάχιστη ισοϋψή και ισοδιάσταση.

Εμφάνιση χάρτη ισαϋψών καμπυλών:

Σχεδιάζονται οι ισοϋψείς καμπύλες με βάση τη μέθοδο B-Spline.

Απεικόνιση ενδιαμέσων σταδίων:

Στο τμήμα αυτό δίνεται η δυνατότητα απεικόνισης των επιμέρους σταδίων της διεργασίας.

Εκτυπώσεις:

Δυνατότητα εκτύπωσης ενδιαμέσων σταδίων.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ.

Ο σκοπός της εργασίας αυτής είναι: από ένα σύνολο σημείων που περιγράφουν ένα τμήμα της επιφάνειας ενός αναγλύφου, να καταλήξουμε σε μια όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση των ισοϋψών καμπυλών που καλύπτουν την ίδια γεωγραφική περιοχή με τρόπο αυτόματο. Συγχρόνως έχουμε τη δυνατότητα να παρακολουθούμε και να ελέγχουμε τα διάφορα στάδια της μετάβασης από τα αρχικά σημεία ελέγχου, μέχρι την τελική χάραξη των ισοϋψών καμπυλών.

Ενα από τα πιο ισχυρά επιχειρήματα της μεθοδολογίας είναι η κατασκευή των Delaunay τριγώνων, δηλαδή η κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου για την επιφάνεια που πρόκειται να σχεδιαστεί. Το μαθηματικό αυτό μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για άλλους σκοπούς. Ανάμεσα στις λειτουργίες που μπορούν να εκτελεστούν είναι ο σχεδιασμός των παραγώγων της επιφάνειας, υπολογισμός όγκων κάτω από την επιφάνεια, εξαγωγή μιας επιφάνειας από μια άλλη, κ.α.

Η συγκεκριμένη εργασία μπορεί να αποτελέσει τμήμα μιας χαρτογραφικής βάσης δεδομένων, ή να αποτελέσει κομμάτι ενός χρήσιμου εργαλείου για γεωλόγους και τοπογράφους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Davis C. John, Statistics and Data analysis in Geology, John Wiley and Sons, 1973.

Gold C.M., Charters T.D. and Ramsden J. Automated contour Mapping using triangular element data structures and an interpolant over each irregular triangular domain. Computer graphics, 11, No 2, p. 170-175, 1977.

Lee D.T. and C.K. Wong, Voronoi diagrams in L1(L) Metrics with 2 dimensional storage applications, SIAM J. Comput. Vol. 9 No 1, p. 200-211, February 1980.