

## ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΠΟΥ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΟΥΝ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ BUTTERWORTH ΣΕ ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΙΚΟΝΑ

Σκιάνης Γεώργιος Αιμ.<sup>1\*</sup>, Σγούρος Γεώργιος<sup>2</sup> και Νικολακόπουλος Κωνσταντίνος<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup> Επίκουρος Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος, Τομέας Γεωγραφίας-Κλιματολογίας, Εργαστήριο Τηλεανίχνευσης. Πανεπιστημιούπολη, Ιλίσια, 157 84 Αθήνα. Τλφ. 210 7274378, Email: skianis@geol.uoa.gr

<sup>2</sup> Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος, Εργαστήριο Ιζηματολογίας και Θαλάσσιου Γεωπεριβάλλοντος.

<sup>3</sup> Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (ΙΓΜΕ), Ολυμπιακό Χωριό, 13677 Αχαρναί.

### Περίληψη

Στην παρούσα εργασία μελετάται το πώς η τάξη  $n$  και η συχνότητα αποκοπής  $D_0$  του φίλτρου Butterworth επιδρούν σε ψηφιακή εικόνα. Αρχικά εξετάζεται, μέσω της μαθηματικής ανάλυσης, η επίδραση του φίλτρου αυτού σε κυκλικό δίσκο σταθερής φωτεινότητας, αξιοποιώντας τον ακτινικό μετασχηματισμό Fourier. Διαπιστώνεται ότι κατά την εξομάλυνση της εικόνας, η κλίση του περιγράμματος του δίσκου, όπως και το πλάτος του φωτεινού σήματος, μειώνονται σημαντικά. Στο βαθμό που αυξάνεται η τάξη  $n$ , το εξομαλυνθέν σήμα διατηρεί σε μεγαλύτερο βαθμό το αρχικό περίγραμμα, όμως για τιμές  $n$  μεγαλύτερες του 2, εμφανίζονται δακτύλιοι γύρω από το περίγραμμα, που αλλοιώνουν το σήμα. Δακτύλιοι για μεγάλες τιμές  $n$  εμφανίζονται και κατά την ενίσχυση ορίων, όπου το φίλτρο Butterworth λειτουργεί ως φίλτρο υψηλής διέλευσης. Από την άλλη πλευρά, τόσο κατά την εξομάλυνση όσο και κατά την ενίσχυση ορίων, διαπιστώνεται ότι η βέλτιστη συχνότητα αποκοπής  $D_0$ , που διατηρεί κατά το δυνατόν το αρχικό περίγραμμα κατά την εξομάλυνση και που αναδεικνύει τα όρια του σήματος κατά τη διαύγαση, είναι αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας του φωτεινού δίσκου. Οι θεωρητικές προβλέψεις συγκρίνονται με τα αποτελέσματα πειραματισμού με συνθετική ψηφιακή εικόνα, καθώς και με δορυφορικές εικόνες στις οποίες επιχειρείται η ενίσχυση ορίων επιφανειακών σχηματισμών. Και το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι για μια τιμή  $n$  μεταξύ 1.0 και 2.0 και για μια συχνότητα αποκοπής  $D_0$  που εξαρτάται από τις διαστάσεις του απεικονιζόμενου στόχου ενδιαφέροντος, επιτυγχάνεται το βέλτιστο αποτέλεσμα.

## A STUDY OF THE FACTORS WHICH CONTROL THE PERFORMANCE OF A BUTTERWORTH FILTER ON A DIGITAL IMAGE

Skianis Georgios Aim.<sup>1\*</sup>, G. Sgouros<sup>2</sup> and K. Nikolakopoulos<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup> Assist. Professor, University of Athens, Faculty of Geology and Geoenvironment, Department of Geography and Climatology, Remote Sensing Laboratory, Panepistimiopolis, Ilisia, 157 84 Athens, Greece. Tel. +30 210 7274378, Email: skianis@geol.uoa.gr

<sup>2</sup> University of Athens, Faculty of Geology and Geoenvironment, Laboratory of Sedimentology and Marine Geoenvironment

<sup>3</sup> Institute of Geological and Mineral Exploration (IGME), Olympic Village, 13677 Acharnai, Athens, Greece

### Abstract

In the present paper the performance of Butterworth filter on a digital image is studied, in terms of its order  $n$  and its cut off frequency  $D_0$ . First, a mathematical analysis of the effect of Butterworth filter on a bright disk is carried out, using the radial Fourier transform. It is realized that during the smoothing process the amplitude as well as the slope of the edges of the disk decrease considerably. The shape of the disk is better preserved for  $n$  equal to 2 or more, but, on the other hand, edge effects (bright rings around the edges) are produced. Edge effects for high  $n$  values are also produced in the image of the high pass Butterworth filter. There is an optimum cut off frequency  $D_0$  however, which preserves the shape of the disk when the image is low pass filtered and enhances the edges of the target at high pass filtering. This optimum  $D_0$  value is inversely

proportional to the radius of the disk. The theoretical predictions are tested by experimentation with a synthetic image of a bright disk, as well as with satellite images where edge enhancement is performed. It is concluded that when parameter  $n$  takes values between 1.0 and 2.0 and the cut off frequency  $D_0$  takes a value which is inversely proportional to the dimensions of the target of interest, an optimum edge enhancement may be achieved.

**Λέξεις κλειδιά:** φίλτρο Butterworth, τάξη, συχνότητα αποκοπής, φίλτρο χαμηλής διέλευσης, φίλτρο υψηλής διέλευσης

**Key words:** Butterworth filter, order, cut off frequency, low pass filter, high pass filter

## 1. Εισαγωγή

Κατά την επεξεργασία δορυφορικών εικόνων και αεροφωτογραφιών, εξομάλυνση ή ενίσχυση ορίων ψηφιακής εικόνας μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε στο χώρο της εικόνας (με συνελκτικές μάσκες, με φίλτρα διαμέσου, ή με φίλτρα τυπικής απόκλισης) είτε στο χώρο των συχνοτήτων, μέσω του μετασχηματισμού Fourier (Al Hinai & Khan 1991, Pan & Chang 1992, Watson 1993, Richards & Jia 1999).

Για την εξομάλυνση της εικόνας στο χώρο των συχνοτήτων, χρησιμοποιούνται συχνά τα φίλτρα Butterworth, η απόκριση των οποίων δίδεται από τη σχέση (Gonzalez & Wintz 1987):

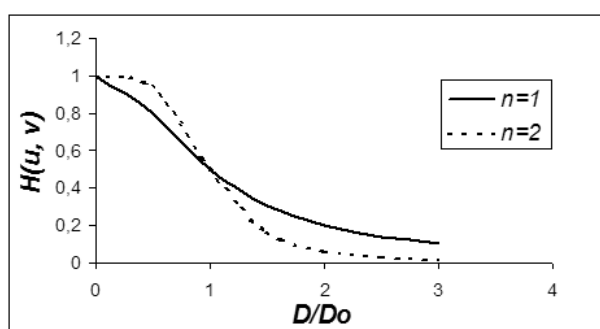
$$H(u, v) = H(D) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}} \quad (1)$$

$u, v$  είναι οι συχνότητες στους δυο ορθογωνίους άξονες που ορίζουν το χώρο των συχνοτήτων.  $H(u, v)$  είναι η απόκριση του φίλτρου Butterworth στο χώρο των συχνοτήτων. Η ποσότητα  $D(u, v)$  είναι το μέτρο της συχνότητας και ορίζεται από τη σχέση:

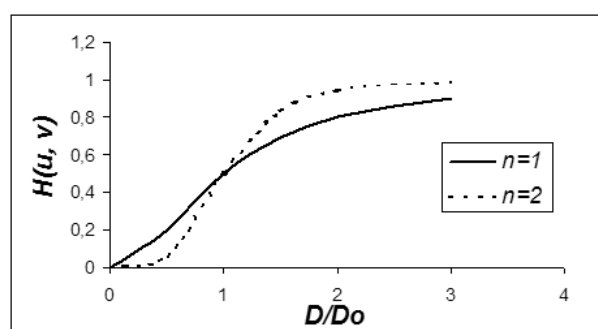
$$D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2)$$

$D_0$  είναι η συχνότητα αποκοπής (cut off frequency).  $n$  είναι η τάξη (order) του φίλτρου, που συνήθως λαμβάνει ακέραιες τιμές.

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται γραφικά η απόκριση του φίλτρου εξομάλυνσης (χαμηλής διέλευσης) Butterworth, 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης.



Σχήμα 1. Απόκριση φίλτρου Butterworth χαμηλής διέλευσης



Σχήμα 2. Απόκριση φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης

Η απόκριση του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης, για ενίσχυση ορίων εικόνας, ορίζεται από τη σχέση (Gonzalez & Wintz 1987):

$$H(u, v) = H(D) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D_0}{D(u, v)} \right]^{2n}} \quad (3)$$

Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται γραφικά η απόκριση του φίλτρου αυτού.

Συνήθως η επιλογή των  $n$  και  $D_0$  γίνεται είτε εξ ορισμού από το ίδιο το λογισμικό επεξεργασίας εικόνας είτε από το χρήστη που ακολουθεί εμπειρικά μια διαδικασία δοκιμής-σφάλματος μέχρις ότου επιτύχει το επιθυμητό, κατά την κρίση του, αποτέλεσμα. Το ερώτημα που ανακύπτει, και που αποτελεί αντικείμενο της παρούσας εργασίας, είναι το κατά πόσον μπορούν να προσδιοριστούν, με ποσοτικά κριτήρια, οι κατάλληλες τιμές των  $n$  και  $D_0$  για ένα βέλτιστο αποτέλεσμα. Για το σκοπό αυτό, επιχειρείται πρώτα μια μαθηματική ανάλυση της επίδρασης του φίλτρου Butterworth σε δισδιάστατο σήμα και στη συνέχεια γίνεται πειραματισμός με συνθετική εικόνα και με δορυφορικές εικόνες στις οποίες αποτυπώνονται διάφοροι επιφανειακοί σχηματισμοί ενδιαφέροντος.

## 2. Μαθηματική ανάλυση

Πολλές όψεις της επίδρασης του φίλτρου Butterworth πάνω σε δισδιάστατα σήματα (εικόνες) μπορούν να αναδειχθούν αν μελετηθεί, με τη βοήθεια του ακτινικού μετασχηματισμού Fourier, το πώς επιδρά το φίλτρο αυτό σε συνάρτηση με κυκλική συμμετρία  $p(r)$ , η οποία αναπαριστάνει φωτεινό δίσκο μοναδιαίας ακτίνας και σταθερής τονικότητας ίσης με τη μονάδα, καθόλη του την έκταση. Η συνάρτηση  $p_r(r)$  ορίζεται με βάση τη σχέση:

$$p(r) = \begin{cases} 1 & r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (4)$$

$r$  είναι η απόσταση από το κέντρο του δίσκου, στο χώρο της εικόνας.

Η επίδραση του φίλτρου Butterworth  $H(u, v) = H(D)$  πάνω στη συνάρτηση  $p(r)$  περιγράφεται από τη σχέση (Birkinshaw 1994):

$$p_f(r) = \int_0^{\infty} DJ_0(Dr)H(D)P(D)dD \quad (5)$$

$p_f(r)$  είναι το φιλτραρισμένο σήμα που παράγεται από την επίδραση του φίλτρου Butterworth πάνω στο δίσκο  $p(r)$ .  $J_0$  είναι η συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης.  $P(D)$  είναι ο ακτινικός μετασχηματισμός Fourier της  $p(r)$ , για τον οποίο ισχύει (Skianis et.al. 2004):

$$P_r(D) = \frac{J_1(D)}{D} \quad (6)$$

$J_1$  είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης.

Από τις σχέσεις (1), (5) και (6) συνάγεται η παρακάτω έκφραση για την επίδραση του φίλτρου Butterworth χαμηλής διέλευσης πάνω στο φωτεινό δίσκο  $p(r)$ :

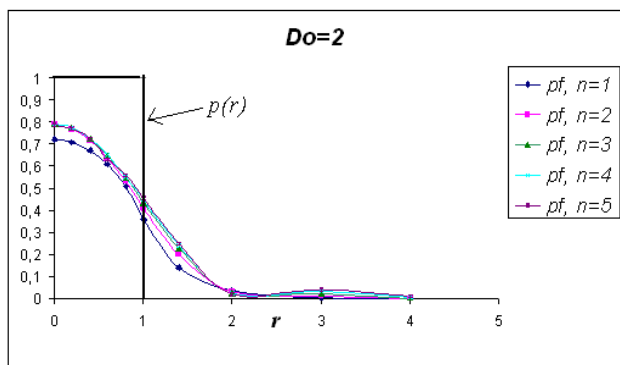
$$p_f(r) = \int_0^{\infty} \frac{DJ_0(Dr)J_1(D)}{1 + (D/D_0)^{2n}} dD \quad (7)$$

Η επίδραση του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης πάνω στο φωτεινό δίσκο  $p(r)$  συνάγεται από τις σχέσεις (3), (5) και (6) και είναι:

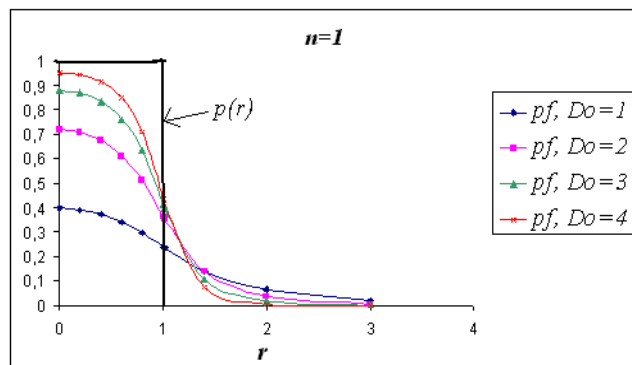
$$p_f(r) = \int_0^{\infty} \frac{DJ_0(Dr)J_1(D)}{1 + (D_0/D)^{2n}} dD \quad (8)$$

Με βάση τις σχέσεις (7) και (8) είναι δυνατός, με αριθμητική ολοκλήρωση, ο προσδιορισμός των φιλτραρισμένων σημάτων  $p_f(r)$  για διάφορες τάξεις και διάφορες συχνότητες αποκοπής του φίλτρου Butterworth.

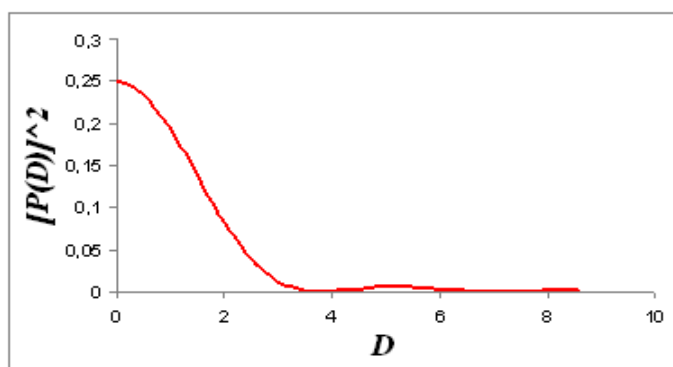
Στο Σχήμα 3 εμφανίζονται τα σήματα  $p_f(r)$  που παράγονται από φίλτρο εξομάλυνσης Butterworth για διάφορες τάξεις  $n$  και για δεδομένη συχνότητα αποκοπής  $D_0 = 2$  (σε rad ανά μονάδα απόστασης). Παρατηρούμε ότι για  $n$  μεγαλύτερο του 2 είναι εμφανής η παρουσία πλευρικών φαινομένων (δακτυλίων) εκτός του περιγράμματος του αρχικού σήματος.



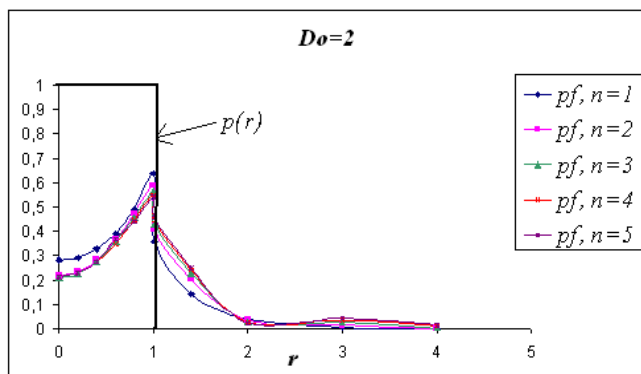
Σχήμα 3. Επίδραση φίλτρου Butterworth χαμηλής διέλευσης σε φωτεινό δίσκο  $p(r)$  με  $D_0 = 2$



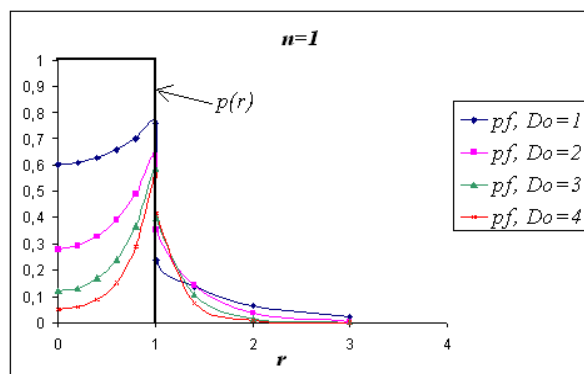
Σχήμα 4. Επίδραση φίλτρου Butterworth χαμηλής διέλευσης και τάξης  $n = 1$ , για διάφορες συχνότητες αποκοπής.



Σχήμα 5. Φάσμα ισχύων  $P^2(D)$  του φωτεινού δίσκου  $p(r)$ .



Σχήμα 6. Επίδραση φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης σε φωτεινό δίσκο  $p(r)$  με  $D_0 = 2$ .



Σχήμα 7. Επίδραση φίλτρου Butterworth χαμηλής διέλευσης και τάξης  $n = 1$ , για διάφορες συχνότητες αποκοπής.

Στο Σχήμα 4 εμφανίζεται το αποτέλεσμα της επίδρασης του φίλτρου χαμηλής διέλευσης Butterworth στο φωτεινό δίσκο  $p(r)$ , για διάφορες συχνότητες αποκοπής  $D_0$ . Στο βαθμό που αυξάνεται το  $D_0$ , το φιλτραρισμένο σήμα τείνει να διατηρήσει το πλάτος και το περίγραμμα του αρχικού σήματος. Η επιλογή της κατάλληλης συχνότητας αποκοπής εξαρτάται, προφανώς, από το φάσμα του υψίσυχνου θορύβου. Συχνά μπορεί να υπάρχει θόρυβος και στις χαμηλές συχνότητες. Ωστόσο είναι καλό, κατά την εξομάλυνση του σήματος, να λαμβάνεται υπόψη ότι πάνω από το 99% της ενέργειας του φωτεινού δίσκου  $p(r)$  περιέχεται στο φάσμα συχνοτήτων  $D$  από 0 ως 4 όπως μπορεί να φανεί, με ποιοτικούς όρους, στο Σχήμα 4. Κατά συνέπεια, η συχνότητα  $D_0 = 4$  είναι

μια βέλτιστη συχνότητα αποκοπής, στο βαθμό που διατηρεί όλη σχεδόν την ενέργεια του σήματος και απορρίπτει τις μεγαλύτερες συχνότητες.

Αν ο φωτεινός δίσκος  $p(r)$  δεν έχει μοναδιαία ακτίνα αλλά ακτίνα  $a$  εν γένει διάφορη της μονάδας, τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι  $P_r(D) = J_1(aD)/(aD)$ , οπότε η βέλτιστη συχνότητα αποκοπής  $D_0$  προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$D_0 = \frac{4}{a} = \frac{2}{d} \quad (9)$$

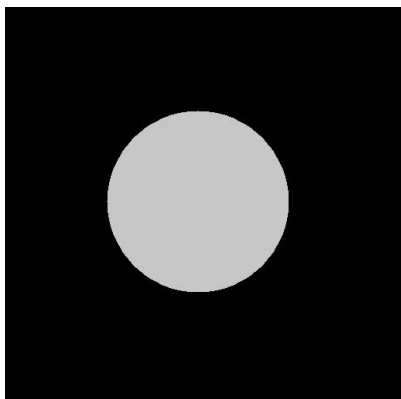
$d$  είναι η διάμετρος του κυκλικού δίσκου.

Στο Σχήμα 6 παρουσιάζεται η επίδραση του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης στο φωτεινό δίσκο  $p(r)$ , για διάφορες τάξεις  $n$ . Όπως και στην εξομάλυνση, εκδηλώνονται πλευρικά φαινόμενα εκτός περιγράμματος του αρχικού σήματος, για τιμές  $n$  μεγαλύτερες του 2. Στο Σχήμα 7 παρουσιάζεται η επίδραση του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης για διάφορες τιμές  $D_0$ . Στο βαθμό που αυξάνεται το  $D_0$  ενισχύεται το περίγραμμα του αρχικού σήματος. Η βέλτιστη συχνότητα αποκοπής που ορίζεται από τη σχέση (9), εξυπηρετεί επίσης και στην ενίσχυση του περιγράμματος του σήματος, εφαρμόζοντας φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων.

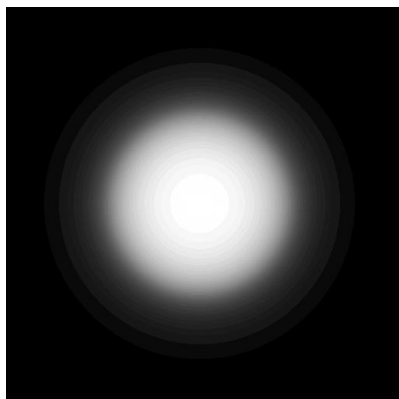
Δυο είναι οι προβλέψεις που απορρέουν από τη μαθηματική ανάλυση: α) Η τάξη του φίλτρου Butterworth δεν θα πρέπει να υπερβαίνει το 2, προκειμένου να αποφεύγονται πλευρικά φαινόμενα. β) Για μια βέλτιστη συχνότητα αποκοπής  $D_0$ , που προσδιορίζεται από τη σχέση (9), μπορεί να επιτευχθεί μια ικανοποιητική εξομάλυνση ή μια ικανοποιητική ενίσχυση του περιγράμματος του αρχικού σήματος.

Η ισχύς αυτών των θεωρητικών προβλέψεων θα πρέπει να δοκιμαστεί με πειραματισμό με ψηφιακές εικόνες.

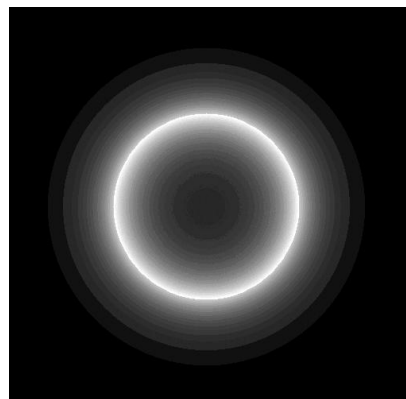
### 3. Πειραματισμός με συνθετική εικόνα



Σχήμα 8. Φωτεινός δίσκος τονικότητας 200 και διαμέτρου 234 (pixel units)



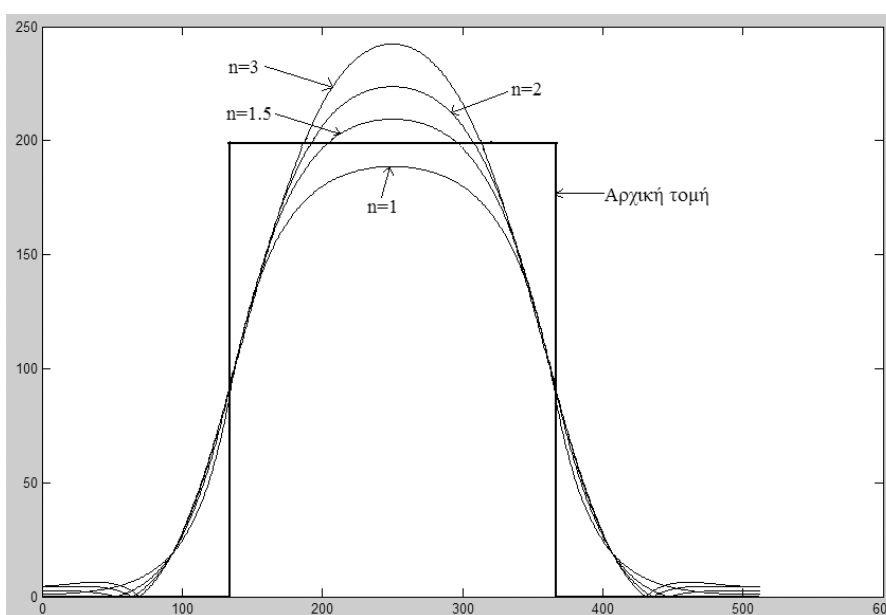
Σχήμα 9. Εξομάλυνση με φίλτρο Butterworth χαμηλής διέλευσης, τάξης 1 και συχνότητας αποκοπής  $D_0 = 2.786$



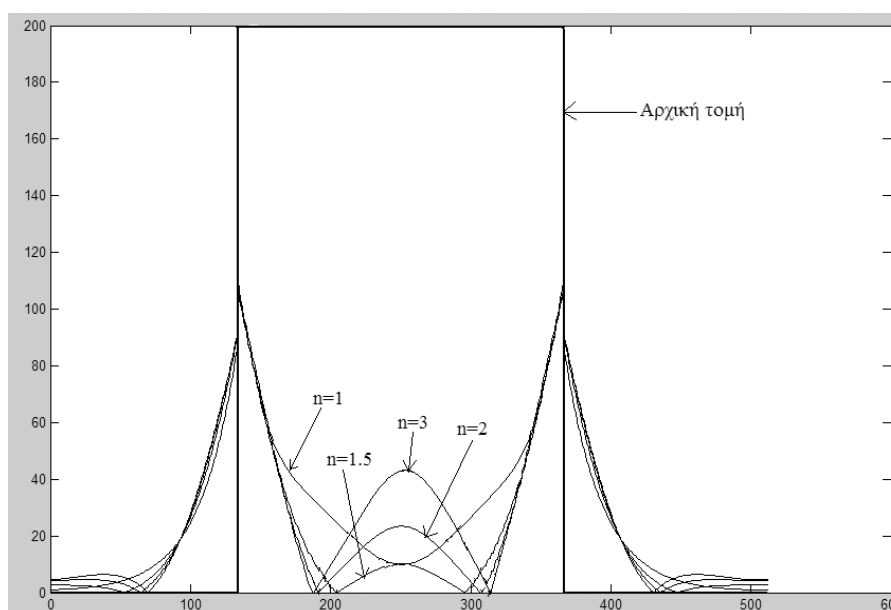
Σχήμα 10. Ενίσχυση ορίων με φίλτρο Butterworth υψηλής διέλευσης, τάξης 1 και συχνότητας αποκοπής  $D_0 = 2.786$

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται ψηφιακή εικόνα φωτεινού δίσκου διαμέτρου  $d = 234$  (pixel units). Οι διαστάσεις της εικόνας είναι  $512 \times 512$  pixel. Η βέλτιστη συχνότητα υπολογίζεται, σε rad ανά μονάδα μήκους, με βάση τη σχέση (9). Η ποσότητα αυτή διαιρέθηκε δια του  $2\pi/512$ , που είναι η στοιχειώδης μονάδα συχνότητας στο χώρο των συχνοτήτων, οπότε προέκυψε  $D_0 = 2.786$  (σε rad ανά μονάδα pixel στο χώρο των συχνοτήτων). Στα Σχήματα 9 και 10 παρουσιάζονται οι εικόνες που προέκυψαν από εφαρμογή, στον κυκλικό δίσκο, φίλτρου Butterworth 1<sup>ης</sup> τάξης, χαμηλής και υψηλής διέλευσης, αντίστοιχα. Και στις δυο περιπτώσεις,  $D_0 = 2.786$ . Η επεξεργασία εικόνας έγινε με το λογισμικό Matlab, που παρέχει την ευχέρεια στο χρήστη να κατασκευάζει εύκολα φίλτρα διαφόρων τύπων και με διάφορες παραμέτρους. Στις φιλτραρισμένες εικόνες έγινε γραμμική έλκυση ιστογράμματος. Το οπτικό αποτέλεσμα δεν διαφέρει σημαντικά για υψηλότερες τάξεις φίλτρου.

Έστω και αν το οπτικό αποτέλεσμα δεν διαφέρει πολύ στο σύνολο των επεξεργασμένων εικόνων με φίλτρα διαφόρων τάξεων, μπορεί κανείς να διακρίνει σημαντικές διαφορές στις τομές των εικόνων που περνούν από το κέντρο του δίσκου. Σε συμφωνία με τις θεωρητικές προβλέψεις, εκδηλώνονται πλευρικά φαινόμενα (δακτύλιοι) έξω από το περίγραμμα του δίσκου, για τάξεις  $n$  μεγαλύτερες του 2, τόσο κατά την εξομάλυνση (Σχήμα 11) όσο και κατά την ενίσχυση περιγράμματος (Σχήμα 12). Παρατηρούμε επίσης ότι σε αντίθεση με τις θεωρητικές προβλέψεις, που κατά την εξομάλυνση προβλέπουν πλάτη φιλτραρισμένων σημάτων μικρότερα από αυτό του αρχικού σήματος, εδώ το πλάτος του φιλτραρισμένου σήματος μπορεί να είναι κατά τι μεγαλύτερο, για τάξη μεγαλύτερη της μονάδας (όπως φαίνεται στο Σχήμα 11). Αυτές οι αποκλίσεις μεταξύ θεωρητικών προβλέψεων και εφαρμογών σε ψηφιακή εικόνα οφείλονται στο ότι οι θεωρητικοί υπολογισμοί με βάση τη σχέση (7) πραγματοποιήθηκαν για ένα μεγάλο διάστημα ολοκλήρωσης (πολύ μεγαλύτερο από την ακτίνα του δίσκου), ενώ στην ψηφιακή εικόνα εφαρμόστηκε μετασχηματισμός FFT σε έναν χώρο εικόνας οι διαστάσεις του οποίου δεν ήταν πολύ μεγαλύτερες από αυτές του φωτεινού δίσκου.



Σχήμα 11. Τομές εξομαλυμένων εικόνων από φίλτρα Butterworth διαφόρων τάξεων.  $D_0 = 2.786$ .



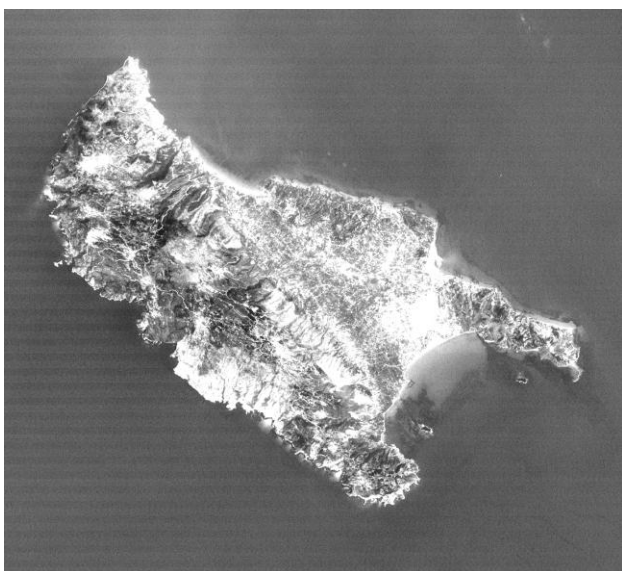
Σχήμα 12. Τομές εικόνων που παράχθηκαν από φίλτρα Butterworth υψηλής διέλευσης, διαφόρων τάξεων.  $D_0 = 2.786$ .

Για τους ίδιους λόγους σημειώνονται αποκλίσεις μεταξύ θεωρητικών προβλέψεων και πειραματικών δεδομένων, κυρίως εντός των ορίων του αρχικού σήματος, και κατά την εφαρμογή του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης (σύμφωνα με τη θεωρία οι καμπύλες των φιλτραρισμένων τομών είναι πάντα με τα κοίλα προς τα κάτω, ενώ στις πειραματικές τομές παρατηρείται συχνά αναστροφή των κοίλων).

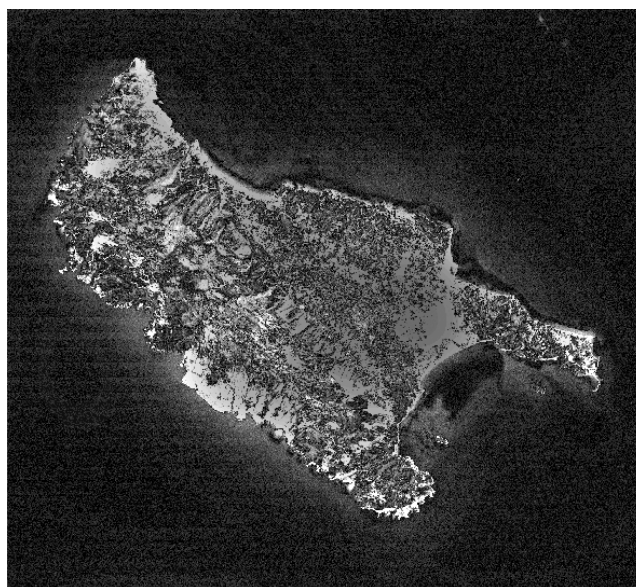
Αξίζει επίσης να σταθεί κανείς ιδιαίτερα στην επίδραση του φίλτρου Butterworth τάξης  $n = 1.5$ , τόσο κατά τη χαμηλή (Σχήμα 11) όσο και κατά την υψηλή διέλευση (Σχήμα 12). Στην πρώτη περίπτωση το πλάτος του σήματος δεν αλλοιώνεται τόσο όσο στις άλλες τάξεις φίλτρου. Στη δεύτερη περίπτωση, η τονικότητα εντός των ορίων του αρχικού σήματος παραμένει μικρή σε σχέση με αυτήν των άλλων τάξεων, ενισχύοντας έτσι την αντίθεση τονικότητας μεταξύ περιγράμματος σήματος και γειτονικών εικονοστοιχείων.

Στα πλαίσια μιας νοοτροπίας που ιστορικά υπαγορεύτηκε από την εφαρμογή αιτιακών (causal) φίλτρων Butterworth σε σήματα, η τάξη του φίλτρου ήταν πάντα ακέραια. Όταν όμως το φίλτρο Butterworth είναι μη αιτιακό (non causal), όπως ισχύει στην επεξεργασία ψηφιακής εικόνας που επιχειρείται στην παρούσα εργασία, τότε η τάξη μπορεί να λαμβάνει και μη ακέραιες τιμές και αυτό μπορεί να διευρύνει τα περιθώρια επιλογής του φίλτρου εκείνου που μπορεί να έχει τα βέλτιστα αποτελέσματα στη συγκεκριμένη εικόνα όπου θα εφαρμοστεί.

#### 4. Εφαρμογές με δορυφορικές εικόνες



Σχήμα 13. Εικόνα Landsat TM ζώνη 1 από τη Ν. Ζάκυνθο



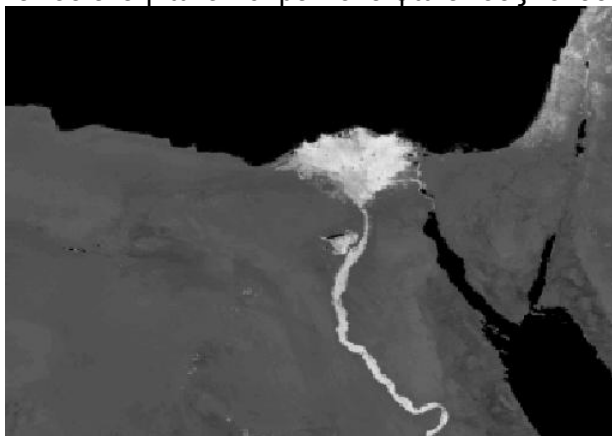
Σχήμα 14. Εφαρμογή φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης.  $n = 1.5$ ,  $D_0 = 2.656$ .

Η σχέση (9) για τη βέλτιστη συχνότητα αποκοπής  $D_0$  μπορεί να αξιοποιηθεί στην επεξεργασία δορυφορικών εικόνων και αεροφωτογραφιών, με σκοπό την ευκρινέστερη αποτύπωση επιφανειακών σχηματισμών ενδιαφέροντος. Στη θέση της διαμέτρου  $d$  υπεισέρχεται η διάσταση του επιφανειακού σχηματισμού, με βάση την οποία υπολογίζεται το  $D_0$ .

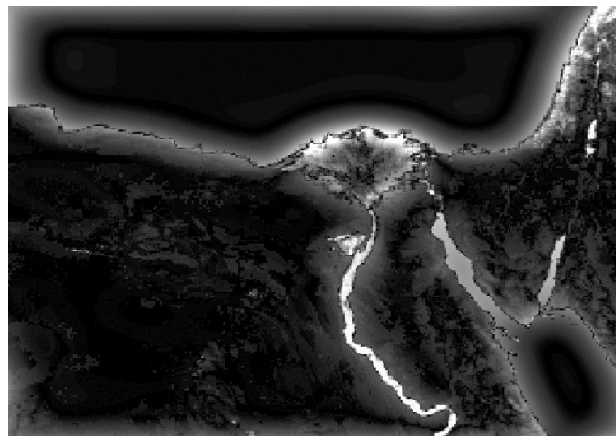
Στο Σχήμα 13 παρουσιάζεται εικόνα Landsat TM ζώνη 1 (φυσικό μπλε) από τη Ν. Ζάκυνθο. Στα νοτιοανατολικά του νησιού βρίσκεται ο κόλπος του Λαγανά όπου, κοντά στην ακτογραμμή, τα νερά είναι ρηχά και εκδηλώνονται με φωτεινούς τόνους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην διακρίνεται ευκρινώς η ακτογραμμή από την υδάτινη μάζα. Ανάλογη παρατήρηση μπορεί να γίνει και για την ανατολική ακτογραμμή του νησιού, όπου κι'εκεί η θάλασσα είναι αβαθής.

Στη δορυφορική εικόνα εφαρμόστηκε φίλτρο Butterworth υψηλής διέλευσης, με σκοπό να αποτυπωθεί ευκρινέστερα η ακτογραμμή. Για τον υπολογισμό της συχνότητας αποκοπής μετρήθηκε η οριζόντια διάσταση  $d$  του νησιού που είναι περί τα 1400 pixel. Με βάση τη σχέση (9), και ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με αυτήν της επεξεργασίας της εικόνας του φωτεινού δίσκου, υπολογίστηκε  $D_0 = 2.656$ . Ως τάξη του φίλτρου επιλέχθηκε  $n = 1.5$ , λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του πειραματισμού με τη συνθετική εικόνα του φωτεινού δίσκου. Στο Σχήμα 14 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της εφαρμογής του φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης. Εδώ η ακτογραμμή εμφανίζεται ευκρινέστερα, καθώς τα αβαθή νερά εκδηλώνονται με σκοτεινούς τόνους.

Στο Σχήμα 15 παρουσιάζεται δορυφορική εικόνα δείκτη βλάστησης TVI, που παράχθηκε από δορυφορική εικόνα SPOT vegetation πάνω από την Αίγυπτο. Η ποτάμια ζώνη με το δέλτα του Νείλου εκδηλώνονται με πολύ φωτεινούς τόνους.



Σχήμα 15. Εικόνα δείκτη βλάστησης TVI από δορυφόρο SPOT πάνω από την Αίγυπτο.



Σχήμα 16. Εφαρμογή φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης.  $n = 1.5$ ,  $D_0 = 6.034$ .

Στο Σχήμα 16 εμφανίζεται το αποτέλεσμα της εφαρμογής φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης, με  $n = 1.5$  και  $D_0 = 6.034$ . Στην εικόνα αυτή αποτυπώνονται ευκρινώς τα όρια του δέλτα του Νείλου, καθώς και η ακτογραμμή της Μεσογείου.

## 5. Συμπεράσματα

Από τη μαθηματική ανάλυση και τον πειραματισμό με ψηφιακές εικόνες, συνάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα για το φίλτρο Butterworth:

Για την απομάκρυνση υψίσυχνου θορύβου από την εικόνα, μια βέλτιστη συχνότητα αποκοπής  $D_0$  είναι αυτή που προσδιορίζεται από τη σχέση (9), σύμφωνα με την οποία το  $D_0$  είναι αντιστρόφως ανάλογο της διάστασης του επιφανειακού σχηματισμού ο οποίος επιχειρείται να αποτυπωθεί ευκρινώς. Στο βαθμό που το φάσμα συχνοτήτων του θορύβου εκτείνεται πέρα από το  $D_0$ , τότε στην εξομαλυμένη εικόνα παρουσιάζεται ευκρινώς ο στόχος ενδιαφέροντος, απαλλαγμένος από τον υψίσυχνο θόρυβο.

Για την ενίσχυση των ορίων του επιφανειακού σχηματισμού μέσω φίλτρου Butterworth υψηλής διέλευσης, ενδείκνυται επίσης η συχνότητα αποκοπής που ορίζεται από τη σχέση (9).

Τόσο κατά την εξομάλυνση όσο και κατά την ενίσχυση ορίων, προκειμένου να αποτυπωθεί ευκρινώς ο στόχος ενδιαφέροντος χωρίς ισχυρά πλευρικά φαινόμενα (φωτεινοί δακτύλιοι γύρω από το περίγραμμα), η τάξη του φίλτρου θα πρέπει να λαμβάνει τιμές μεταξύ 1.0 ως 2.0. Ένα μη αιτιατό φίλτρο επεξεργασίας εικόνας δεν χρειάζεται να είναι ακέραιας τάξης.

Τα πορίσματα της παρούσας εργασίας μπορούν να αξιοποιηθούν στην ψηφιακή επεξεργασία δορυφορικών εικόνων και αεροφωτογραφιών, με σκοπό την ευκρινέστερη αποτύπωση επιφανειακών σχηματισμών ενδιαφέροντος.

## Βιβλιογραφία

- Al-Hinai, K. G., Khan, M. A., Canas, A. A., 1991: Enhancement of sand dune texture from Landsat imagery using difference of Gaussian filter. *Int. J. Remote Sensing* 12(5), 1063-1069.
- Birkinshaw, M., 1994: Radially Symmetric Fourier Transforms. In: D. Durand, J. Barnes, D. R. Crabtree (editors): *Astronomical Data Analysis Software and Systems III*, Vol. 61 (electronic file).
- Gonzalez, R. C., Wintz, P., 1987: *Digital Image Processing*. Addison-Wesley.
- Pan, J. J., 1992: Destriping of Landsat MSS Images by Filtering Techniques. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 58(10), 1417-1423.
- Richards, J. A., Jia, X., 1999: *Remote Sensing Digital Image Analysis. An Introduction*. Springer.
- Skianis, G. Aim., Vaiopoulos, D. A., Nikolakopoulos, K. G., 2004: Design of a new sharpening filter. *Proc. SPIE* Vol. 5573, 104-114, "Image and Signal Processing for Remote Sensing X". Lorenzo Bruzzone, Ed.
- Watson, K., 1993: Processing remote sensing images using the 2-D FFT. Noise reduction and other applications. *Geophysics* 58(6), 835-852.